

Stetigkeit und Topologie

Seien X und Y metrische Räume und $f : X \mapsto Y$ eine stetige Abbildung.

- a) Geben Sie wenigstens drei mögliche Definitionen von Stetigkeit an und beweisen Sie deren Äquivalenz.
- b) Beurteilen Sie den Wahrheitswert folgender Aussagen, indem Sie diese beweisen oder ein Gegenbeispiel angeben.
 - i) Die Bilder beschränkter Mengen unter f sind wieder beschränkt.
 - ii) Die Urbilder beschränkter Mengen unter f sind wieder beschränkt.
 - iii) Die Bilder offener Mengen unter f sind wieder offen.
 - iv) Die Urbilder offener Mengen unter f sind wieder offen.
 - v) Die Bilder abgeschlossener Mengen unter f sind wieder abgeschlossen.
 - vi) Die Urbilder abgeschlossener Mengen unter f sind wieder abgeschlossen.
 - vii) Die Bilder kompakter Mengen unter f sind wieder kompakt.
 - viii) Die Urbilder kompakter Mengen unter f sind wieder kompakt.
- c) Wie ändern sich die Aussagen, wenn X und Y normierte Vektorräume sind und f auch noch linear ist?