

Bernoulli-Ungleichung für rationale Exponenten

Beweisen Sie die folgenden beiden Varianten der Bernoullischen Ungleichung. Dazu sei $x > -1$ eine reelle Zahl und a eine rationale Zahl.

- a) Es gilt $(1 + x)^a \geq 1 + ax$ für $a \geq 1$.
- b) Es gilt $(1 + x)^a \leq 1 + ax$ für $0 < a < 1$.

Hinweis: Benutzen Sie den Satz über das geometrische und das arithmetische Mittel.